

2024 年硕士研究生招生考试题签

(请考生将题答在答题册上, 答在题签上无效)

科目名称: 数学分析

第 1 页共 2 页

一、(每小题 5 分, 共 30 分) 计算下列各题

1、求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - (\cos x)^{\sin x}}{x^3}$ (5 分)

2、设 $z = x^3 f(xy, \frac{y}{x})$, 其中函数 f 具有二阶连续的偏导数, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ (5 分)

3、已知 $y = y(x)$ 由 $\begin{cases} x = \arctan t \\ 2y - ty^2 + e^t = 5 \end{cases}$ 所确定, 求 $\frac{dy}{dx}$ (5 分)

4、计算第一型曲线积分: $\int_L (x + y + 1) ds$,

L 是半圆周 $x = \sqrt{4 - y^2}$ 上由点 $A(0, 2)$ 到点 $B(0, -2)$ 之间的一段弧 (5 分)

5、求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{(x-1)^n}{n}$ 的收敛域。(5 分)

6、求方程组 $\begin{cases} x = e^u + u \sin v \\ y = e^u - u \cos v \end{cases}$ 所确定的隐函数组的导数 $\frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial v}{\partial y}$ (5 分)

二、(10 分) 证明: 当 $0 < x < 1$ 时, 不等式 $\sqrt{\frac{1-x}{1+x}} < \frac{\ln(1+x)}{\arcsin x}$ 成立.

三、(15 分) 证明: $f(x) = x^2$ 在 $[a, b]$ 上一致连续, 但在 $(-\infty, +\infty)$ 上不一致连续.

四、(10 分) 设函数 $f(x)$ 在闭区间 $[1, 2]$ 上连续, 在开区间 $(1, 2)$ 内可导, 且

$f(1) = \frac{1}{2}, f(2) = 2$, 证明: 在开区间 $(1, 2)$ 内至少存在一点 ξ , 使得 $f'(\xi) = \frac{2f(\xi)}{\xi}$

五、(15 分) 证明函数 $f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{\sqrt{x^2 + y^2}}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$

在点 $(0, 0)$ 处偏导数存在但不可微。

沈阳工业大学

2024 年硕士研究生招生考试题签

(请考生将题答在答题册上, 答在题签上无效)

科目名称: 数学分析

第 2 页共 2 页

六、(15 分) 求函数 $z = 1 + x + y$ 在圆域 $x^2 + y^2 \leq 1$ 上的最大值和最小值之积

七、(15 分) 计算二重积分: $\iint_D xy d\sigma$, 其中 $D = \{(x, y) | 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1, x^2 + y^2 \geq x\}$

八、(15 分) 计算曲线积分 $\int_L (e^x \sin y + y + 1) dx + (e^x \cos y - x) dy$

其中 L 是由点 $A(1, 0)$ 到点 $B(7, 0)$ 的以 AB 为直径的下半圆周

九、(15 分) 计算曲面积分 $I = \oiint_{\Sigma} xz^2 dydz + (x^2 y - z^3) dzdx + (2xy + y^2 z) dxdy$

其中 Σ 为曲面 $0 \leq z \leq \sqrt{a^2 - x^2 - y^2}, x^2 + y^2 \leq a^2$ 的表面的外侧.

十、(10 分) 证明函数项级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln(1+nx)}{nx^n}$ 在 $I = [\alpha, +\infty)$ 上一致收敛, 其中 $\alpha > 1$ 是任意常数.